

交点部を有するケーブルの張力算定に関する共同研究

古川愛子*1

1. 研究の目的

ニールセンローゼ橋はアーチ橋の一種であり、2本の斜材が交点クランプにより連結された構造をしている。活荷重によるケーブル張力の変動幅が大きく、ケーブルの疲労が生じやすいことから、ケーブルの張力を監視する維持管理が重要である。ニールセンローゼ橋の張力推定実務では、交点クランプを取り外してケーブル毎の固有振動数が計測され、固有振動数から間接的に張力が推定される¹⁾。交点クランプの取り外し・取り付けには時間と労力がかかるため、交点クランプを取り付けたまま張力を推定する技術が求められている。

先行研究²⁾で、交点クランプで連結された2ケーブルの張力を固有振動数から推定する手法を提案した。しかし、形状が対称な2ケーブルの場合、張力推定値の入れ替わりが生じることが課題として浮上した。この課題を解決する方法として付加質量を一方のケーブルに取り付け、構造に非対称性を導入することを着想した。本研究では、付加質量を考慮した新しい張力推定手法を提案する。

2. 研究の方法

ケーブルを張力のかかった梁とみなすと、時間 t における位置 x の面外方向たわみ $y(x, t)$ は式(1)の偏微分方程式に従う。

$$\rho A \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

ここで、 ρA 、 EI 、 T はそれぞれ、ケーブルの単位長さ当たりの質量、曲げ剛性、張力である。

たわみを $y(x, t) = Y(x)\exp(i\omega t)$ のように変数分離形で表し、式(1)に代入して得られるモード関数 $Y(x)$ の常微分方程式を解くと、 $Y(x)$ の一般解は以下のように表される。

$$Y(x) = C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x + C_3 \cosh \beta x + C_4 \sinh \beta x \quad (2)$$

本研究では、2本のケーブルが交差し、桁近くに付加質量を有する図1左のモデル化を考える。各ケーブルは図1右のように付加質量と交点クランプの質量を受ける。

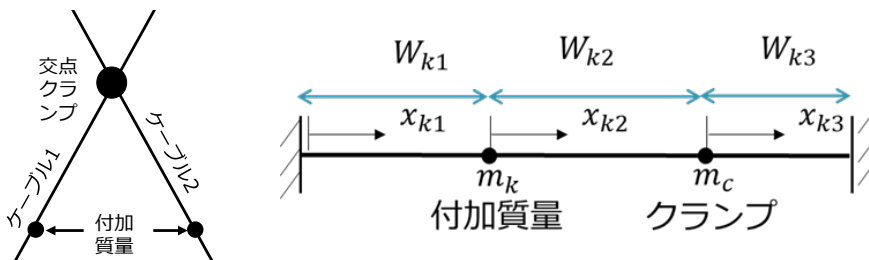


図1 モデル図

式(2)を両端固定の境界条件と、付加質量および交点クランプ位置での連続条件のもと解くと、 i 次モードの固有振動数 f_i 、2 ケーブルの張力 T_1 、 T_2 、曲げ剛性 EI_1 、 EI_2 が満たすべき制約式 $F_i(f_i, T_1, T_2, EI_1, EI_2) = 0$ が固有振動数 i の数だけ得られる。なお、付加質量と交点クランプの質量は既知とする。本研究では、 F_i の二乗和を最小とする式(3)で表される最適化問題を解くことにより、 i 次モードの固有振動数 f_i から T_1, T_2, EI_1, EI_2 を推定する。

$$\min \sum_{i=1}^n \{(f_i, T_1, T_2, EI_1, EI_2)\}^2 \quad (3)$$

ここで、 n は推定に用いる固有振動数の数である。

3. 得られた成果

提案手法の妥当性を検証するため、数値実験を行った。ケーブル長さと端部から交点クランプまでの距離が2本のケーブルで等しい、形状が対称なモデルを仮定した。曲げ剛性、単位長さ当たりの質量も2ケーブルで等しいと仮定した。ただし、張力は2ケーブルで異なり、 T_1 が300kN、 T_2 が390kNと仮定した。固有値解析により求めた固有振動数に、平均0.0%、標準偏差1.5%の正規乱数を加えて、計測誤差を有する100通りの「1~6次の固有振動数の組み合わせ」を求め、式(3)に投入した。

付加質量が設置されていないとき、張力は $(T_1, T_2) = (300, 390)$ として推定されるだけでなく、 $(T_1, T_2) = (390, 300)$ として推定されたケースが多かった。形状が対称なモデルでは、付加質量が設置されていない場合、高い確率で張力推定値が入れ替わって推定されてしまうことがわかった。

次に、ケーブル1の下端から1.2 m、2.4 m、3.6 m地点に30 kgの付加質量を取り付けたときの張力を推定した。付加質量の設置位置が高くなるほど、張力推定値の入れ替わりが生じるケースが減少していくことがわかった。張力推定値の平均絶対誤差率 MAER (Maximum Absolute Error Ratio) は、付加質量がない場合にケーブル1が約20%、ケーブル2が約17%であったが、付加質量を3.6mの高さに設置した場合はケーブル1,2ともに MAER が約6%程度にまで減少しており、付加質量を用いることの効果を確認することができた。

4. 謝辞

本研究は、神鋼鋼線工業株式会社との共同研究として執り行われたものです。研究遂行にあたり、貴重なご助言をくださった神鋼鋼線工業株式会社の関係者各位と、数値解析を担当した京都大学学生の山田哲君に心より感謝申し上げます。

参考文献

- 1) 山極伊知郎, 他: 高次の固有振動数を利用した線材の張力と曲げ剛性の同定法, 日本機械学会論文集 (C 編), 66 巻, 649 号, pp.2905-2911, 2000 年 9 月.
- 2) 高鶴憲正, 古川愛子, 鈴木実, 固有振動数を利用した交点クランプを有するケーブルの張力推定手法の改良, 第 76 回土木学会年次学術講演会, 1-34, 2021 年 9 月.