

制振機構を有するケーブルにおける張力等の算定に関する研究

古川 愛子^{*1}

1. 研究の背景と目的

ケーブル構造は斜張橋や吊り橋等の構造物に採用されており施工及び維持管理する上でケーブルの張力が設定張力を満足しているか確認する必要がある。現在の実務では、ケーブルの複数モードの固有振動数から張力を推定する高次振動法¹⁾が広く用いられている。しかし近年、ケーブルの振動を低減するためにダンパーと呼ばれる制振装置が設置されることも多く、ダンパーによって固有振動数が変化するため、ダンパーを取り外した上で高次振動法を適用する必要がある。ダンパーの取り外し、再取り付けに労力と時間がかかる。そこで著者らのグループでは、ダンパーを設置したまま張力推定を可能とする手法の開発に取り組んでいる²⁾。本研究では、①ケーブル両端の回転の境界条件をピンから回転ばねへ変更、②数値誤差低減のための数式処理手法の提案、③ダンパーのモデル化の見直し、の3点の改良を加えることで、張力推定精度の向上を図ることを目的とする。

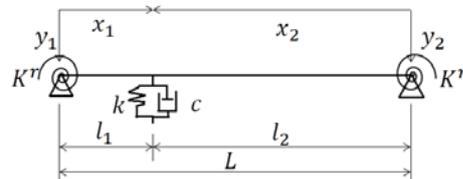


図1 ダンパーを有するケーブルの模式図

$$EI \frac{\partial^4 y_d}{\partial x_d^4} + \rho A \frac{\partial^2 y_d}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 y_d}{\partial x_d^2} = 0 \quad (1)$$

$$f_i^t = f_i^m (1 + jH_i) \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n \left(\text{Re}(F_i(T, EI, k^*, K^r, H_i)) \right)^2 + \sum_{i=1}^n \left(\text{Im}(F_i(T, EI, k^*, K^r, H_i)) \right)^2 \rightarrow \min \quad (3)$$

2. 両端の回転剛性を考慮した張力推定手法の定式化と数値誤差低減のための数式処理

既往研究²⁾では、ケーブル両端を単純支持と仮定していた。しかし実際の支持条件は単純支持と剛結の間であるため、本研究では両端に回転ばねを導入し、ダンパーを有するケーブルを図1のようにモデル化した。ダンパーを挟んで左側を $d=1$ 、右側を $d=2$ として、位置 x_d における時間 t のケーブルのたわみを $y_d(x_d, t)$ と表す。張力を有する梁の振動方程式(1)を、両端が回転ばねで、ダンパー設置位置にてダンパーから力を受けるという条件のもとに解き、 i 次モードの固有振動数が満たすべき制約式($F_i = 0$)を導出した。ダンパーを有する場合、式(1)から導出される固有振動数 f_i^t は複素数となり、式(2)のように実数部と虚数部に分けることができる。ここで、実数部の f_i^m が計測で得られる固有振動数である。 j は虚数単位であり、 H_i は固有振動数の実数部に対する虚数部の比(虚実比)であり減衰に対応するが、精度よく計測することが難しいため本研究では未知数として扱う。設計図からケーブル長さ(L, l_1, l_2)、密度 ρ 、断面積 A は既知として得られ、固有振動数 f_i^m は計測により得られ既知とすると、制約式は張力 T 、曲げ剛性 EI 、ダンパーの剛性 k^* (複素数)、回転剛性 K^r 、固有振動数の虚実比 H_i を未知数を含む関数となる。制約式の関数 F_i も複素数であるため、モード次数 i 毎に実数部と虚数部それぞれが0になるという制約式から、式(3)に示す最小二乗問題を立式することができる。制約式の数が未知数の数を上回るように十分な数の固有振動数を計測する必要がある。

なお、 F_i は複素数の三角関数や双曲線関数を含む。つまり実数の指数関数を含む。検討の結果、大きな値の指数関数を解くケースで張力推定精度が悪くなっていることがわかった。そこで F_i の式の形を見直し、事前に指数関数で除しておく処理を行った。

3. ダンパーのモデル化の見直し

前節で述べたダンパー剛性 k^* はダンパーの種類により変わり、粘性せん断ダンパーは $k^* = k + j2\pi f c$ 、高減衰ゴムダンパーは $k^* = ku + jkv$ で表せるとされている。しかしこれらはケーブルの低次の振動を抑えることを目的とした設計式であり、高次モードまで適用できるとは限らない。提案手法では複数モードの固有振動数を用いて張力を推定するため、高次モードにも適用できるダンパー剛性 k^* の定式化が必要である。そこで、PC鋼棒と高減衰

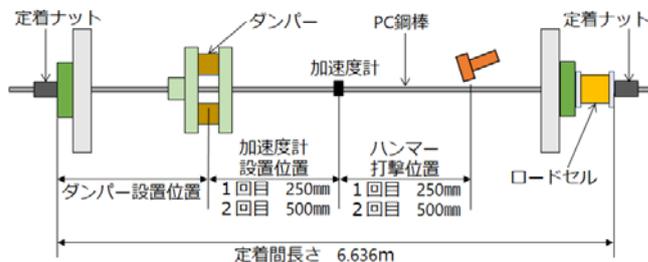


図2 実験装置の概要図

ゴムダンパーを用いた模型実験を行い、ダンパー剛性の実数部と虚数部の振動数依存性を調べた。実験装置の概要を図2に示す。ケーブルの曲げ剛性や密度、断面積を出来るだけ正確に把握するために、PC鋼より線ではなくPC鋼棒を用いた。張力はロードセルで計測された値を真値とした。PC鋼棒の長さは6.636m、外径は11mmと17mmの2通り、張力を2通り、ダンパーの位置を5通り、全部で20ケースとした。ハンマーで打撃して減衰自由振動を励起させ、固有振動数を10次モードまで測定した。2回計測を行ったので、固有振動数は2回の平均値を用いた。前節で提案した制約式の中で未知数はダンパー剛性のみとなる

^{*}京都大学大学院・工学研究科・准教授

ので、固有振動数ごとにダンパー剛性 k^* の実数部と虚数部の値の推定をした。実数部の結果は省略するが、設計式通り一定値と見なせると判断した。一方の虚数部は図3に示す結果となり、振動数の増加につれて虚数部は増加しており、傾きも増加していることが見てとれる。従って、ダンパー剛性の虚数部を定数とみなす従来モデルを改め、 $k^* = ku + j\{kv + c'(2\pi f)^2\}$ と見直すことを提案する。未知数は ku , kv , c' の3つとなり、 c' という新しいパラメータを導入し振動数の2乗に比例する項を付加した。

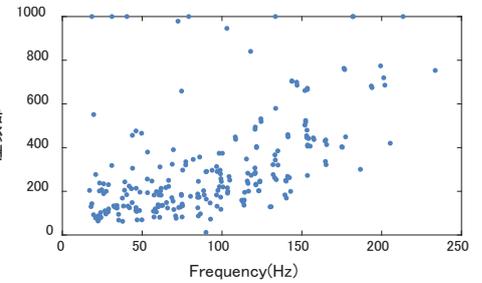


図3 ダンパー剛性の虚数部の周波数依存性

4. 模型実験による妥当性検証

前節と同じケーブル長 6.636m の PC 鋼棒を用いた模型実験により、従来法²⁾と提案手法で張力の推定を行った。外径 11mm と 17mm の 2 通りの PC 鋼棒に対し、高減衰ゴムダンパーの設置位置や剛性を 16 通り（設置位置 5 通り×剛性 3 通り+ダンパー無し 1 通り）、張力を 2 通りに変えて、32 通りずつのモデルを作成した。推定の際、未知数の探索範囲を設定した。張力 T と曲げ剛性 EI は真値の 0.3~10 倍、回転剛性 K^r は $K^r/(K^r + \pi^4 EI/L)$ が 0 から 0.999 となるように、虚実比 H_i は 0 から 0.05、ダンパーの剛性を表す諸元 (ku , kv) は設計値の 0~10 倍とした。 c' については設計値がないため、試行錯誤の結果 1 次モードの固有振動数 f_1 に対して kv と $c'(2\pi f_1)$ が等しくなるように $c' = kv/(2\pi f_1)$ により設定した。10 次モードまでの固有振動数を使用した外径 17mm の張力推定結果を図4に示す。横軸はモデル番号、縦軸は推定値を真値（ロードセルで測定した値）で割っており 1 に近いほど精度が高いことを示している。2 回計測を行ったので、それぞれに対して推定を行った。従来法では大きな推定誤差を含むケースがあるが、提案手法ではどのケースも安定して精度よく推定できていることが確認できる。全体を通して提案手法は±10%前後の精度で推定できている。なお、外径 11mm のケースでも同様の結果であり、また張力以外のパラメータの推定精度は悪いため、図示を省略する。

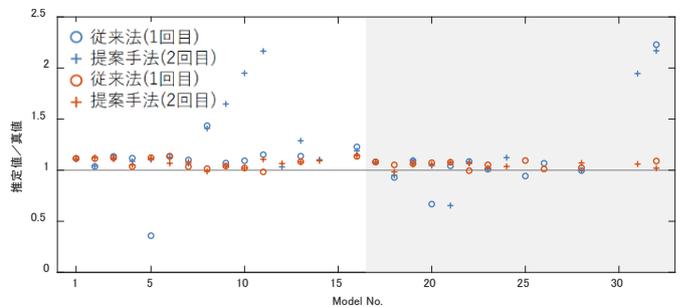


図4 従来法²⁾と提案手法の張力推定精度比較 (6.636m)

さらにケーブル長 61.8m の PC 鋼より線（外径 28.6mm）を用いた模型実験でも提案手法の妥当性を検証した。実験では、ダンパーの設置位置や剛性を 13 通り（設置位置 4 通り×剛性 3 通り+ダンパー無し 1 通り）、張力を 2 通りに変えて、26 ケース実施された。未知数の探索範囲や計測に用いた固有振動数の数はケーブル長 6.636m のケースと同じである。なお、検討を重ねた結果、試験体のケーブル両端は剛結とモデル化すると実際の固有振動数を精度よく再現できることがわかった。しかし、回転剛性を未知数として張力その他を推定する際、回転剛性を実際（剛結）よりも過小評価する代わりに、張力を過大評価することで制約式を満足させてしまうことがわかった。そこで、両端は剛結と仮定して回転剛性を既知とみなして張力推定を行うこととした。ダンパー剛性の虚数部に振動数の2乗を含まない場合と含む場合の2通りの結果の比較を図5に示す。振動数の2乗の項を含まない場合は No.9 と No.22 の精度が悪いが、振動数の2乗の項を考慮することで張力推定誤差は最大で 5.01% (No.22) となり、ほぼ 5% 以内の精度で推定することができた。

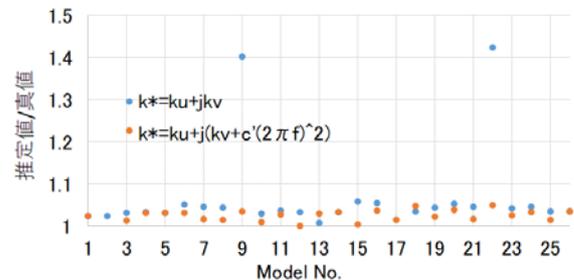


図5 ダンパーモデルの違いによる張力推定精度比較 (61.8m)

5. 結論

ケーブル両端の回転剛性を考慮した張力推定式、数値誤差低減のための数式処理手法、ダンパーの特性に合わせたダンパーのモデル化を提案した。模型実験により、ダンパーを有するケーブルの張力を従来法より高い精度で推定できることを確認した。試験体のケーブル両端が剛結であると判断できる場合は、回転剛性を剛結と仮定し未知数から外し、かつ提案したダンパーモデルを用いることで、推定誤差は最大で約 5% となり、良好な精度が得られた。

謝辞 研究遂行にあたり、理論計算を担当した当研究室修士課程学生の廣瀬克也君、実験を担当して下さった神鋼鋼線工業株式会社の関係者各位に心より感謝申し上げます。

参考文献 1)山極伊知郎, 宇津野秀夫, 遠藤浩司, 杉井謙一: 高次の固有振動数を利用した線材の張力と曲げ剛性の同定法, 日本機械学会論文集 (C 編), 66 巻, 649 号, 2000 年. 2)古川愛子, 鈴木秀弥, 小林亮介, 廣瀬克也: ダンパーを有するケーブルの張力, 曲げ剛性, 及びダンパー諸元の同時推定手法, 土木学会第 23 回応用力学シンポジウム講演概要集, S01A-02, 2020 年.