

# 交点部を有する2本のケーブルの張力算定に関する研究

古川愛子\*1

## 1. 研究の目的

ニールセンローゼ橋はケーブル構造物の一種であり、2本または2本以上のケーブルが交点クランプで連結されているという特徴を有する。施工及び維持管理する上でケーブルの張力が設定張力を満足しているか確認する必要があるが、現行では、交点クランプを取り外し、高次振動法<sup>1)</sup>等を各ケーブルに適用することで張力を推定している。しかし、交点クランプの取り外し・取り付け作業には多くの労力や時間がかかる。また、作業のために交通規制も行う必要がある。そこで、交点クランプを取り付けたまま2本のケーブルの張力を同時に推定する手法を提案することを本研究の目的とする。

## 2. 研究の方法

### (1) 張力推定手法の提案

まず、高次振動法について説明する。加速度センサを設置したケーブルを加振し、得られた加速度波形をフーリエ変換し固有振動数 $f_i$ を求め張力推定式(1)に代入すると未知数 $T$ 、 $EI$ の式が次数の数だけ立式できるのでそれらに最小二乗法を適用して張力 $T$ を推定することができる。ここで $i$ :モード次数、 $f_i$ :モード次数 $i$ の固有振動数、 $L$ :ケーブル長、 $T$ :張力、 $EI$ :曲げ剛性、 $A$ :断面積、 $\rho$ :密度である。しかし、式(1)は1本のケーブルに対して適用できる推定式であり、交点クランプで2本のケーブルが繋がれた構造に対しては適用できない。そこでFig.1のような交点クランプを有するケーブルモデルを対象とした新たな張力推定式を面外方向・面内方向それぞれに対して考える。ケーブルを張力のかかったはりとみなすと面外方向の振動方程式は式(2)で表せる。2つのケーブルが交点クランプにより1点で結合された状態、かつ両端ピン支持の境界条件のもと式(2)を解くと式(3)が得られる。式(3)は面外方向の固有振動数を用いた張力推定式(手法1)である。同様に、面内方向の固有振動数を用いた張力推定式(手法2)は式(4)ようになる。式(3)(4)の各 $g$ は式(5)を、式(5)の $\alpha_i$ 、 $\beta_i$ 、 $\eta_i$ は式(6)を満足する値であり、 $k$ はケーブル番号( $k=1,2$ )である。固有振動数 $f_i$ を式(6)に代入したときに式(3)(4)の左辺が0になるという制約条件を用いて、2本のケーブルの張力 $T_1, T_2$ を推定する。副次的に、手法1では2本のケーブルの曲げ剛性、手法2では2本のケーブルの曲げ剛性と軸剛性も推定される。式(3)、(4)は高次振動法の式(1)と異なり、固有振動数の次数を特定する必要がないという利点がある。これらの手法による張力推定精度の検証を次章以降で行う。

$$f_i^2 = \frac{\pi^2 EI}{4\rho AL^4} i^4 + \frac{T}{4\rho AL^2} i^2 \quad (1)$$

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad (2)$$

$$g_{11} g_{22} + g_{12} g_{21} \frac{g_{32}}{g_{31}} = 0 \quad (3)$$

$$\cos^2 \theta \left( g_{11} g_{22} + g_{12} g_{21} \frac{g_{32}}{g_{31}} \right) \left( g_{41} g_{52} + g_{42} g_{51} \frac{g_{62}}{g_{61}} \right) + \sin^2 \theta \left( g_{11} g_{52} + g_{42} g_{21} \frac{g_{62}}{g_{31}} \right) \left( g_{41} g_{22} + g_{12} g_{51} \frac{g_{32}}{g_{61}} \right) = 0 \quad (4)$$

$$g_{1k} = \sin \alpha_{ki} L_k \quad (5a)$$

$$g_{2k} = \sin \alpha_{ki} L_{k1} \sin \alpha_{ki} L_{k2} - \frac{\alpha_{ki}}{\beta_{ki}} \sin \alpha_{ki} L_k - H_{ki} \quad (5b)$$

$$g_{3k} = E_k I_k (\alpha_{ki}^2 + \beta_{ki}^2) \alpha_{ki}, \quad g_{4k} = \sin \eta_{ki} L_k \quad (5c, 5d)$$

$$g_{5k} = \sin \eta_k L_{k1} \sin \eta_k L_{k2}, \quad g_{6k} = E_k A_k \eta_{ki} \quad (5d, 5f)$$

$$H_{ki} = \frac{1 + e^{-2\beta_{ki} L_k} - e^{-2\beta_{ki} L_{k1}} - e^{-2\beta_{ki} L_{k2}}}{2(1 - e^{-2\beta_{ki} L_k})} \quad (5g)$$

$$\alpha_i = \sqrt{\left( \frac{T}{2EI} \right)^2 + \frac{\rho A (2\pi f_i)^2}{EI}} - \frac{T}{2EI} \quad (6a)$$

$$\beta_i = \sqrt{\left( \frac{T}{2EI} \right)^2 + \frac{\rho A (2\pi f_i)^2}{EI}} + \frac{T}{2EI} \quad (6b)$$

$$\eta_i = 2\pi f_i \sqrt{\frac{\rho A}{EA}} \quad (6c)$$

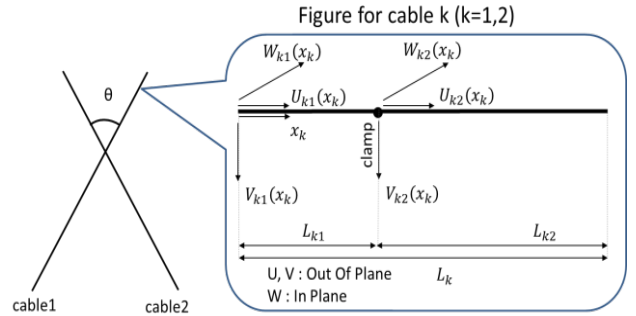


Fig.1 Analytical model of 2 cables with a clamp

### (2) 数値実験による検証

提案式の妥当性を調べるため数値実験を行った。まず、有限要素法により様々な交点クランプ付き2ケーブルモデルの固有振動数を求めた。用いた4種類のケーブルA, B, C, Dの諸元をTable.1に示す。ケーブル1の条長は10m, 20m, 40mの3通り、ケーブル1と2の組み合わせについて4通り(A-A, B-B, A-C, B-D)、交点クランプの位置を3通り(端部から30%, 50%, 90%)、ケーブルの交差角を3通り(50, 60, 70度)、2本のケーブル条長比を4通り(1.0, 0.95, 0.85, 0.75)など、計54ケースに対して張力推定を行った。推定に使用する固有振動数の数について高次振動法では未知数は2つであるが精度を良くするために5つの固有振動数を用いるのが良いとされている<sup>1)</sup>。面外方向の推定式には張力 $T_1, T_2$ 、曲げ剛性 $EI_1, EI_2$ の計4つの未知数が含まれるため4つ以上必要である。面内方向の推定式には張力 $T_1, T_2$ 、曲げ剛性 $EI_1, EI_2$ に加えて軸剛性 $EA_1, EA_2$ の計6つの未知数が含まれるため6つ以上必要である。そこで、面外方向・面内方向ともに余裕を持たせて7次までの固有振動数を用いて張力推定を行った。推定結果をFig.2に示す。赤色が面外方向、青色が面内方向の推定結果である。縦軸は推定値と真値の比であり、この値が1

に近づくほど精度が高いことを表している。真値とは Table.1 の張力の d 値のことである。推定式の張力推定精度はいずれのケースでも誤差±5%以内であり、張力が精度よく推定されていることが確認できる。

### (3) 模型実験による検証

提案式の妥当性を検証するため模型実験を行った。実験装置の概要は Fig.3 に示す。各ケーブル諸元は Table.2 のとおりであり、面外・面内方向の固有振動数は Table.3 の通りである。張力推定結果を Table.4 に示す。ロードセルで測定した張力を真値とした。Table.4 を見ると、手法 1 の誤差は 10.0%, 0.1%ある。また、手法 2 では誤差が 12.4%, 29.3% 生じており精度が悪い。ここで、高次振動法では誤差±5% 以内の測定精度を有していることが確認されており<sup>2)</sup>、本手法は高次振動法に比べて誤差が大きいために境界条件や交点クランプを点で表したのに対し実験では大きさを有すること、面内方向の方が交点クランプによる拘束効果が大きいこと、ケーブル長が 7.8m と短いために境界条件や交点クランプの寸法の影響が無視できず、特に面内方向で影響が大きかったためではないかと考えた。

### 3. 得られた成果

2本のケーブルが交点クランプで連結されたニールセンローゼ橋の張力推定手法を提案した。面外方向の固有振動数を用いる手法 1 と、面内方向の固有振動数を用いる手法 2 の 2通りの手法を提案した。数値実験では、いずれの手法も張力の推定誤差は 5%未満であり、精度良く張力を推定できた。模型実験では、手法 1 では 10%以内の精度で推定できたが、手法 2 の精度に課題を残した。今後は、より実際の条件に近い模型実験により手法の有効性を検証したい。

Table.1 Cable condition

cable	Tension	Density	Sectional Area	Second Moment Of Area	Young's Modulus
	T [kN]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	A [mm <sup>2</sup> ]	I [m <sup>4</sup> ]	E [kN/mm <sup>2</sup> ]
A	280.5	8600	1190	6.41E-08	196
B	661.5	8600	2810	3.52E-07	196
C	336	8600	1420	8.99E-08	196
D	771	8600	3270	4.72E-07	196

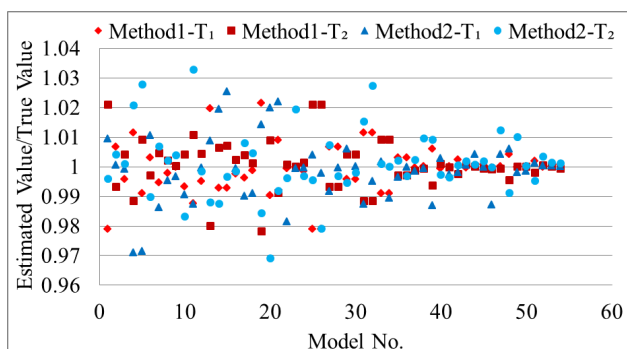


Fig.2 Accuracy of estimated tension

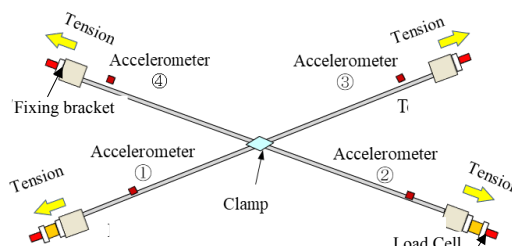


Fig.3 Experimental device

Table.2 Experimental conditions

Cable 1	T <sub>1</sub> [kN]	$\rho_1$ [kg/m <sup>3</sup> ]	A <sub>1</sub> [m <sup>2</sup> ]	I <sub>1</sub> [m <sup>4</sup> ]	E <sub>1</sub> [kN/m <sup>2</sup> ]
		150.4	8001.503	0.000532	1.15E-08
Cable 2	T <sub>2</sub> [kN]	$\rho_2$ [kg/m <sup>3</sup> ]	A <sub>2</sub> [m <sup>2</sup> ]	I <sub>2</sub> [m <sup>4</sup> ]	E <sub>2</sub> [kN/mm <sup>2</sup> ]
		103.6	8001.503	0.000532	1.15E-08
Relationship between 2 cables	L <sub>1</sub> [m]	L <sub>k1</sub> /L <sub>k</sub>	$\theta$ [°]	L <sub>2</sub> /L <sub>1</sub>	
		7.836	0.5	40	0.999872

Table.3 Natural frequencies used for estimation (Hz)

Out of Plane	11.33	24.41	25.9	35.08	51.76	78.16	82.58
In Plane	11.25	25.59	34.77	52.46	61.21	81.8	111.48

Table.4 Accuracy of estimated tension by experiments

True Value		Method 1 (Estimated Value / True Value)		Method 2 (Estimated Value / True Value)	
T <sub>1</sub> [kN]	T <sub>2</sub> [kN]	T <sub>1</sub> [kN]	T <sub>2</sub> [kN]	T <sub>1</sub> [kN]	T <sub>2</sub> [kN]
150.4	103.6	165.4 (1.100)	103.7 (1.001)	169.0 (1.124)	73.2 (0.707)

### 4. 謝辞

研究遂行にあたり、理論計算を担当した当研究室修士課程学生の山田哲君、実験を担当して下さった神鋼鋼線工業株式会社の関係者各位に心より感謝申し上げます。

### 発表論文

山田哲, 古川愛子, 小林亮介, 交点クランプを有する 2 ケーブルの同時張力推定手法の開発, 土木学会 第 23 回応用力学シンポジウム講演概要集, S01A-01, 2020 年 5 月.  
山田哲, 古川愛子, 小林亮介, ニールセンローゼ橋における張力推定手法の提案, 2020 年度土木学会関西支部年次学術講演会, I-30, 2020 年 5 月.

### 参考文献

- 1) 山極伊知郎, 宇津野秀夫, 遠藤浩司, 杉井謙一: 高次の固有振動数を利用した線材の張力と曲げ剛性の同定法, 日本機械学会論文集 (C 編), 66 巻, 649 号, 2000 年
- 2) 神鋼鋼線工業株式会社, 外ケーブルの張力推定技術, <http://www.shinko-wire.co.jp/products/vibration.html>