

制振機構を有するケーブルにおけるモードシェイプを用いた張力等の算定に関する研究

古川愛子*1

1. 研究の目的

斜張橋や吊り橋等のケーブル構造物を維持管理する上で、ケーブルの張力が許容値以内であるかどうかを確認する必要がある。現在はケーブルの固有振動数を利用する振動法や高次振動法¹⁾で張力を推定するのが一般的である。しかし近年、ケーブルの振動を低減するために、ダンパーが設置されることも多く、従来の手法では張力を正確に推定するのが難しくなっている。加えて、ダンパーの劣化状態を把握することも重要であり、張力のみならずダンパーの性能も推定する手法が求められている。そこで廣瀬ら²⁾によって固有振動数から張力、曲げ剛性、ダンパー諸元を同時推定する手法(以降 Method0F)が開発された。この手法により、張力を良い精度で推定できることを確認したが、ダンパー諸元の推定精度には課題を残した。そこで本研究では、固有振動数の虚数部や Mode Shape を考慮に入れることで、各諸元の推定精度を高める新たな手法の開発を目的とする。

2. 研究の方法

(1) 本研究の各諸元同時推定手法

本研究では、ダンパーを有するケーブルを Fig.1 のようなダンパー (ばね定数 k , 減衰係数 c) を有する張力のかかったはりモデル化する。偏微分方程式(1)を境界条件のもと解くと式(2)が得られ、式(2)を整理し固有振動数の式(3)を導出した²⁾。ここで i :モード次数、 f_i^t :モード次数 i の固有振動数、 L :ケーブル長、 T :張力、 EI :曲げ剛性、 A :断面積、 ρ :密度である。 k^* はダンパーの複素ばね定数で、粘性ダンパーの場合は $k^* = k + j\omega c$ 、高減衰ゴムダンパーの場合は $k^* = ku + jkv$ である。式(2)-(7)はケーブルやダンパー諸元を含む関数である。ダンパーを有する場合、式(3)は複素固有振動数 f_i^t となり、式(8)のように実数部と虚数部に分離することができ、実数部が計測で得られる固有振動数である。ここで H_i :固有振動数の実数部と虚数部の比、 j :虚数単位である。本研究では、固有振動数の虚数部を無視せず扱うことが新しい点である。ただし、 H_i を正確に観測することが難しいため未知数として扱う。なお α_i , β_i , θ_i も複素数となる。

まず Method0F について説明する。ケーブルを加振し、得られた加速度波形をフーリエ変換し計測固有振動数 f_i^m を求める。 f_i^m を式(9)で表される目的関数に代入し、目的関数を最小にするような各パラメータを推定値とする。Method1F は式(10)を目的関数とする。固有振動数の虚数部を未知数および目的関数に用いている。Method2F は式(11)を目的関数とする。固有振動数の理論式(3)を導出する前の式(2)を直接扱う。Method2F では計測された固有振動数が何次モードであるか入力する必要がない。

更に、固有振動数に加え Mode Shape を用いた手法について説明する。ここで Mode Shape とは、ケーブルに設置した2地点(p_1, p_2)の加速度計から得られる加速度波形をフーリエ変換し、フーリエ振幅の大きい方を1に正規化したものとする。理論値の Mode Shape ϕ_i^t と計測で得られる Mode Shape ϕ_i^m が等しいという制約式(12)を Method1F 及び Method2F に加えたものを Method1FM, Method2FM とする。

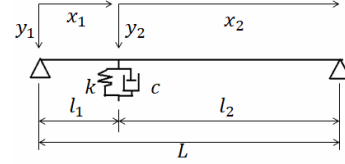


Fig.1 Analytical model of a cable with a damper

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

$$\sin(\alpha_i L - \theta_i) = 0 \quad (2)$$

$$f_i^t = \sqrt{\frac{\pi^2 EI}{4\rho AL^4} \left(i + \frac{\theta_i}{\pi}\right)^4 + \frac{T}{4\rho AL^2} \left(i + \frac{\theta_i}{\pi}\right)^2} \quad (3)$$

$$\tan\theta_i = \frac{k^* \beta_i \sin^2 \alpha_i l_1}{(\alpha_i \beta_i^3 + \alpha_i^3 \beta_i) EI + k^* \beta_i \sin \alpha_i l_1 \cos \alpha_i l_1 - k^* S} \quad (4)$$

$$S = \alpha_i (1 + e^{-2\beta_i l} - e^{-2\beta_i l_1} - e^{-2\beta_i l_2}) / 2(1 - e^{-2\beta_i L}) \quad (5)$$

$$\alpha_i = \sqrt{\frac{(T/2EI)^2 + \rho A (2\pi f_i)^2 / EI - T/2EI}{EI}} \quad (6)$$

$$\beta_i = \sqrt{\frac{(T/2EI)^2 + \rho A (2\pi f_i)^2 / EI + T/2EI}{EI}} \quad (7)$$

$$f_i^t = f_i^m (1 + H_i) \quad (8)$$

$$y(T, EI, k, c) = \sum_{i=1}^n (\text{real}(f_i^t) / f_i^m - 1)^2 \quad (9)$$

$$y(T, EI, k, c, H_i) = \sum_{i=1}^n \{(\text{real}(f_i^t) / f_i^m - 1)^2 - (\text{imag}(f_i^t) / f_i^m - H_i)^2\} \quad (10)$$

$$y(T, EI, k, c, H_i) = \sum_{i=1}^n \{(\text{real}(\sin(\alpha_i L - \theta_i)))^2 - (\text{imag}(\sin(\alpha_i L - \theta_i)))^2\} \quad (11)$$

$$\phi_i^t(p_1) \phi_i^m(p_2) - \phi_i^t(p_2) \phi_i^m(p_1) = 0 \quad (12)$$

(2) 模型実験による妥当性検証

各推定手法の妥当性を検証するため模型実験を行った。実験装置の概要を Fig.2 に示す。ケーブル長は 61.8m で、Table 1 のようにダンパーの強さや設置位置を変えて9ケース実施した。Table 1 のダンパーのばね定数を k 、損失係数を γ とすると、複素剛性ばねは $k^* = ku + jkv$ ($u = 1/\sqrt{1+\gamma^2}$, $v = \gamma/\sqrt{1+\gamma^2}$)となる。加速度計を $p_1 = 1014\text{mm}$, $p_2 = 2014\text{mm}$ に設置し、低い方から7つの固有振動数と Mode Shape を読み取り、1~7次モードの値と見なした。

各手法における各諸元推定結果を Fig. 3 に示す。推定値を真値で除して正規化しており、値が1に近いほど精度が高いことを意味する。ケーブルの真値はロードセルの測定値を、曲げ剛性の真値には設計値を、ダンパー諸元の真値には要素試験結果を用いた。どの手法も張力以外の諸元(EI, ku, kv)は推定精度が高くないことが分かる。張力に関して、Method2F, 2FM は全てのケースで正しく推定できているが、Method0F, 1F, 1FM では No.5, 9 の推定精度が低い。その原因を Table 2 に示す。No.5,9 はダンパーを内寄りに設

置しているケースであり、ダンパーの影響が強く支点のようにケーブルを拘束していることがわかった。その証拠として、ダンパーを境界として、ケーブルの長い側と短い側を分け、それぞれの両端をピン支持と仮定して固有振動数を理論式から求めたものを Theoretical freq.(long side), Theoretical freq.(short side)とする。そして、それらの固有振動数を小さい順に並び替えたものを Theoretical freq.とする。Theoretical freq.と計測された固有振動数(Measured freq.)を比較すると、計測値では6次モード、すなわち短い側の1次モードを読み飛ばしていることが分かる。そこで、計測値の読み飛ばしを考慮してモード次数を正しく設定し直して張力の推定を行った結果が Table 3 である。Method0F, 1F, 1FM においても固有振動数の次数を調整すれば推定精度の向上が可能であると考えられる。

3. 得られた成果

本研究では、固有振動数の実数部に加えて、固有振動数の虚数部と Mode Shape の影響も考慮に入れた新しいケーブル張力、曲げ剛性、ダンパー諸元の同時推定手法を提案した。模型実験の結果より、張力の推定精度は固有振動数の読み飛ばしの影響を受けない Method2F, 2FM が最も良いことが分かった。なおダンパー諸元の推定精度はどの手法も精度が悪く、原因としては計測ノイズの影響等が考えられる。ダンパー諸元の推定精度の向上が今後の課題である。

4. 謝辞

研究遂行にあたり、理論計算を担当した当研究室修士課程学生鈴木秀弥君、実験を担当くださった神鋼鋼線工業株式会社の関係者各位に心より感謝申し上げます。

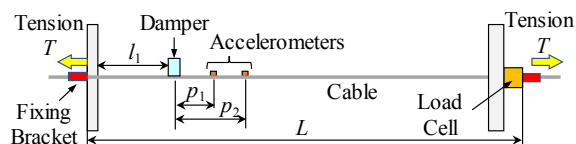


Fig.2 The Experimental device

Table 1 The Experimental conditions

Model Number	Cable		Damper	
	True Tension	Location	Spring Constant	Loss Factor
	(kN)	l_1 (m)	(kN/m)	
1	177.36	—	—	—
2	180.19	2.472	25	0.61
3	180.86	4.326	25	0.61
4	181.03	6.18	25	0.61
5	181.2	9.27	25	0.61
6	176.02	2.472	50	0.55
7	178.86	4.326	50	0.55
8	179.02	6.18	50	0.55
9	179.36	9.27	50	0.55

Table 2 Natural frequencies of Model No.5 (Hz)

No.	Mode	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	7th	8th
5	Measured freq.	2.0	4.0	5.9	8.0	10.	12.	13.9	15.9
	Theoretical freq.	2.0	3.9	5.9	7.9	9.8	11.1	11.8	13.8
	(long side)	2.0	3.9	5.9	7.9	9.8	11.8	13.8	15.7
	(short side)	11.1	22.3	33.7	45.2	57.	69.2	81.7	94.6

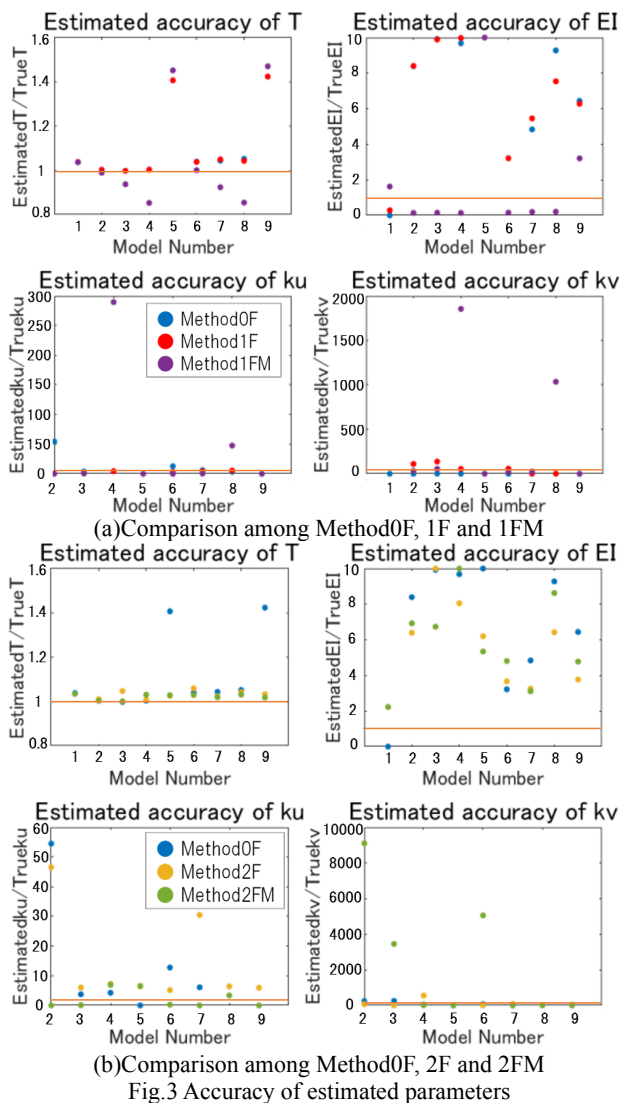


Table 3 The ratio of the estimated tension to the true value after the modification of the mode number

No.	Method0F	Method1F	Method1FM
5	1.02	1.02	1.03
9	1.04	1.04	1.03

発表論文

古川愛子, 鈴木秀弥, 小林亮介, 廣瀬克也, ダンパーを有するケーブルの張力, 曲げ剛性, 及びダンパー諸元の同時推定手法, 土木学会 第 23 回応用力学シンポジウム講演概要集, S01A-02, 2020 年 5 月.

参考文献

- 山極伊知郎, 宇津野秀夫, 遠藤浩司, 杉井謙一: 高次の固有振動数を利用した線材の張力と曲げ剛性の同定法, 日本機械学会論文集 (C 編), 66 巻, 649 号, pp.2905-2911, 2000 年.
- 廣瀬克也, 古川愛子, 小林亮介: 振動計測によるダンパーを有するケーブルの張力推定手法の開発, 2019 年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要集, 1-26, 2019 年.